МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.855 https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-82-88

## Силовой расчет цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками



**С. Б. Бережной, Г. В. Курапов**
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (г. Краснодар, Российская Федерация)

*Введение.* В силовом анализе цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками учтены центробежные силы и коэффициенты трения между пластиной и зубом звездочки. Цели работы — определение всех сил, действующих в зацеплении, и расчет коэффициента сцепления зубчатой цепи с эвольвентной звездочкой в приводных передачах.
*Материалы и методы.* При оценке тяговой способности цепной передачи важны такие параметры, как силовой расчет и коэффициент сцепления зубчатой цепи со звездочкой (показывает, во сколько раз давление на данный зуб больше давления, воспринимаемого впереди идущим зубом). В представленной работе визуализированы схемы: расположения пластин в зацеплении с зубьями эвольвентной звездочки и сил, действующих в таком зацеплении. Рассмотрены факторы, которые действуют на эвольвентный профиль зуба звездочки. Это вес пакета пластин цепи и силы: центробежная, трения, нормального давления и растяжения. При этом учтены изменения коэффициента сцепления на последующие зубья, участвующие в тяге. Исследовано равновесие звеньев $i$ и $i+1$ зубчатой цепи в системе координат $XOY$ с центром на оси вращения эвольвентной звездочки. Метод позволяет определить все искомые силы геометрическим расчетом значений угловых параметров передачи. С помощью полученных уравнений уточняются: коэффициент сцепления $B_i$, натяжение ведущей ветви передачи $S_1$ и ведомой $S_2$.
*Результаты исследования.* Представлен патентованный стенд передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками. Проведенные на нем испытания подтвердили итоги исследований цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками с заданными параметрами. Была доказана правильность силового анализа передачи с учетом центробежных сил и коэффициентов трения пластин и зубьев звездочки.
*Обсуждение и заключения*. Отмечено, что центробежные силы и коэффициенты трения при зацеплении существенно влияют на тяговую способность передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками. Полученные данные могут быть использованы для точной оценки тяговой способности таких передач.

***Ключевые слова:*** цепная передача, зубчатая цепь, эвольвентная звездочка, пластина цепи, тяговая способность, коэффициенты сцепления, центробежные силы, силы трения, коэффициенты трения, угловая скорость шарнира, ведущая ветвь, ведомая ветвь.

***Для цитирования***: Бережной, С. Б. Силовой расчет цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками / С. Б. Бережной, Г. В. Курапов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 1. — С. 82–88. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-82-88





## Power analysis of chain transmission with gear chain and involute sprockets

**S. B. Berezhnoy, G. V. Kurapov**
Kuban State Technological University (Krasnodar, Russian Federation)

*Introduction.* The power analysis of a chain transmission with a toothed chain and involute sprockets considers the centrifugal forces and the friction coefficients between the plate and the sprocket tooth. The work objectives are to determine all meshing forces, and to calculate the coupling coefficient of the gear chain with the involute sprocket in the drive gears.

*Materials and Methods.* When evaluating the traction capacity of a chain transmission, such parameters as the power analysis and the coupling coefficient of the gear chain with the sprocket are important (it shows what fold the pressure on a given tooth is greater than the pressure perceived by the tooth in front). In the presented paper, the following diagrams are visualized: the arrangement of the plates in gearing with the involute sprocket teeth and the meshing forces. The factors that affect the involute profile of the sprocket tooth are considered. This includes the weight of the chain plate package and the force: centrifugal, friction, normal pressure and tension. At the same time, changes in the coupling coefficient for the subsequent teeth involved in traction are taken into account. The balance of the links $i$ and $i + 1$ of the gear chain is studied in the coordinate system $XOY$ with the center on the axis of rotation of the involute sprocket. The method enables to determine all the desired forces through the geometric calculation of the values of the angular transmission parameters. Using the equations obtained, the following parameters are specified: the coupling coefficient $B_i$, the tension of the driving branch $S_1$ and the slack branch $S_2$.

*Results.* A patented transmission stand with a gear chain and involute sprockets is presented. The tests carried out on it validated the study results of a chain transmission with a toothed gear and involute sprockets with the specified parameters. The correctness of the power analysis of the transmission with account for the centrifugal forces and the friction coefficients of the plates and the sprocket teeth was proved.

*Discussion and Conclusions.* It is noted that the centrifugal forces and the friction coefficients during engagement affect significantly the traction capacity of a transmission with a toothed chain and involute sprockets. The data obtained can be used to accurately estimate the traction capacity of such gears.

***Keywords:*** chain transmission, toothed chain, involute sprocket, chain plate, traction capacity, coupling coefficients, centrifugal forces, friction forces, friction coefficients, joint angular velocity, driving side, slack side.

***For citation:*** S. B. Berezhnoy, G. V. Kurapov. Power analysis of chain transmission with gear chain and involute sprockets. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 1, p. 82–88. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-1-82-88

**Введение.** Цепные передачи с зубчатой цепью недостаточно исследованы. Их выпуск ограничен, однако они все шире используются в производстве. Например, такими передачами комплектуют приводные механизмы в машинах, в прецизионных станках и другой технике. В представленной работе исследуется силовой анализ и расчет тяговой способности передач с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками.

Тяговая способность определяет работоспособность эвольвентной зубчатой цепной передачи, которая зависит от ряда факторов[1]. В их числе:

— геометрия передачи,

— предельное контактное напряжение наиболее слабого элемента пары «пластина цепи — зуб звездочки»,

— коэффициент сцепления зубчатой цепи с зубьями звездочки,

— наличие пробуксовки зубчатой цепи по зубьям звездочки,

— допустимое удельное давление внутри шарнира,

— ударная стойкость элементов зубчатой цепи[2] [1–3].

**Материалы и методы.** Коэффициент сцепления — это один из основных факторов тяговой способности цепной передачи, оснащенной зубчатой цепью. Во время работы такой передачи возникает зацепление и действуют силы, которые перемещают пластины цепи по рабочему и затылочному профилям зубьев звездочки [4–7]. На дуге обхвата эвольвентной звездочки зубчатой цепью любые ее звенья (звено $i$, $i + 1$, $i + 2$ и т. д.) испытывают:

— силу трения $N_{i}f$ цепи о зуб звездочки,

— растягивающую силу $Q_i$ соседних звеньев,

— силу нормального давления $N_i$ профиля зуба звездочки (рис. 1).

[1] Курапов Г. В. Исследование работоспособности цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками : дис. канд. тех. наук. Краснодар, 2019. 173 с.

[2] Семенов В. С. Обеспечение работоспособности роликовых цепных передач на стадии их эксплуатации // Сб. мат-лов всерос. науч.-практ. конф. аспирантов, докторантов и молодых ученых. Майкоп, 2017. С. 121–125.

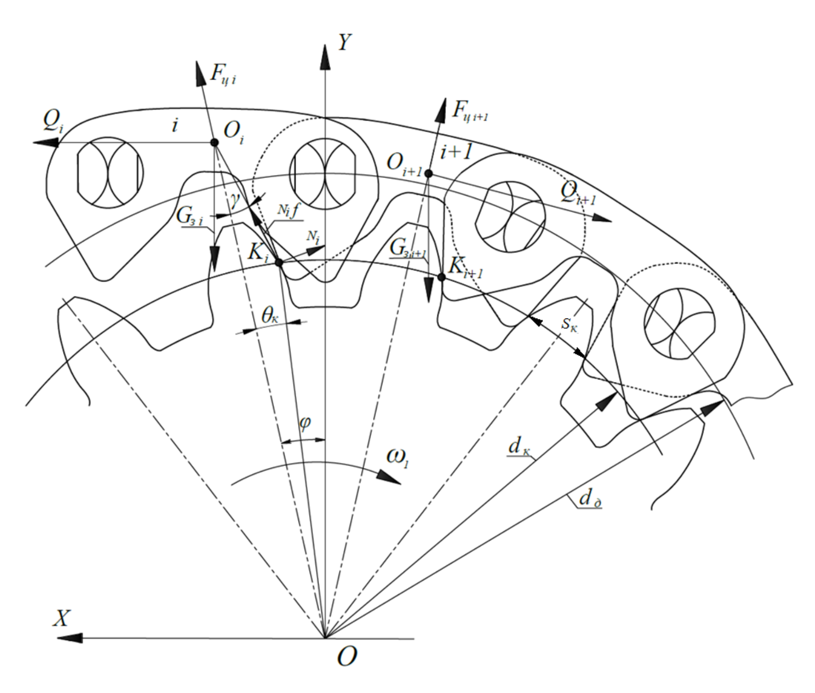



Рис. 1. Схема расположения пластин в зацеплении с зубьями эвольвентной звездочки

В литературе коэффициент сцепления рассчитывается отношением растягивающих сил $Q_i$ и $Q_{i+1}$ в смежных звеньях цепи:

$$B_i = \frac{Q_i}{Q_{i+1}}\,. \tag{1}$$

Данный коэффициент непостоянен, поэтому пластины зубчатой цепи перемещаются по профилям зубьев звездочек на всей дуге обхвата. На рис. 2 представлено зацепление первого пакета пластин (звена) цепи с зубом звездочки.

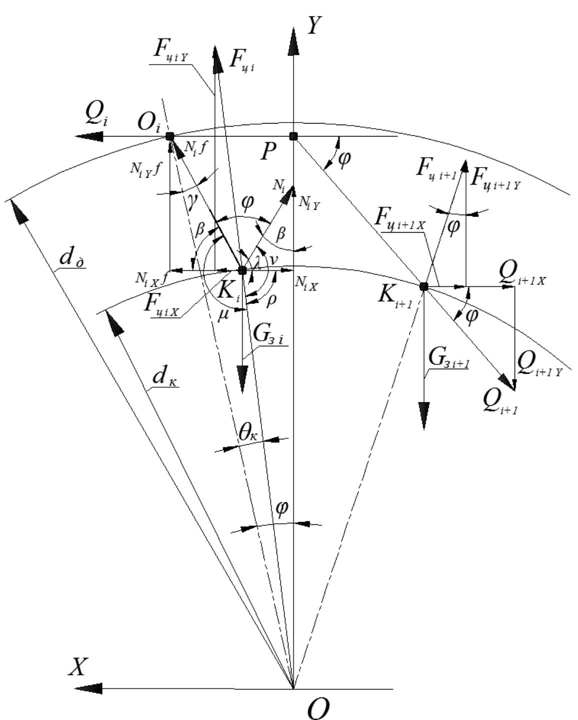



Рис. 2. Схема сил, действующих в зацеплении пластины зубчатой цепи со звездочкой

На эвольвентный профиль зуба звездочки действуют перечисленные ниже факторы [8–14].

1. Сила трения $N_i f$, препятствующая перемещению пакета пластин к вершине зуба звездочки. Здесь $f$ — коэффициент трения.

2. Вес пакета пластин цепи $G_з = m_i g$. Здесь $g$ — ускорение свободного падения, $m_i$ — масса звена цепи

в зависимости от шага[1].

3. Сила нормального давления $N_i$ профиля зуба звездочки, сосредоточенная в месте зацепления $K_i$.

4. Растягивающие силы $Q_i$ и $Q_{i+1}$ смежных звеньев зубчатой цепи.

5. Центробежная сила, учитывающая массу звена зубчатой цепи $F_ц = \frac{m_i \omega^2}{R}$. Здесь ω — угловая скорость вращения звездочки. $R$ — радиус центральной части звена (представлена как окружность, меняющая положение при вращении звездочки) на эвольвентном профиле зуба звездочки.

Однако при переходе цепи с ведущей на ведомую ветвь растягивающие силы $Q_i$ и $Q_{i+1}$ изменятся на величину каждого значения коэффициента сцепления $B_i$, поэтому его нужно определить точнее.

Построим систему координат $XOY$. Она проходит через центр оси вращения эвольвентной звездочки. Вектор оси $X$ совпадает с вектором линейной скорости зубчатой цепи в передаче.

Проанализируем равновесие первого звена $i$ и второго $i + 1$.

Равновесие сил на оси $X$ ($\sum X = 0$) будет равно:

$$-Q_i + N_{iX} - N_{iX} f - F_{ц\,iX} + F_{ц\,i+1\,X} + Q_{i+1\,X} = 0 . \quad (2)$$

Равновесие сил на оси $Y$ ($\sum Y = 0$) будет равно:

$$G_{з\,i} + G_{з\,i+1} - F_{ц\,iY} - N_{iY} - N_{iY} f + Q_{i+1\,Y} - F_{ц\,i+1\,Y} = 0 . \quad (3)$$

При $\sum X = 0$ и $\sum Y = 0$ пластины зубчатой цепи будут неподвижны. Если же $\sum X = 0$ и $\sum Y \neq 0$, то пластины будут двигаться по профилю зуба.

Определим силы, действующие на звенья цепи. На рис. 2 обозначены: $P$ — центр масс звена зубчатой цепи; $d_к$ — диаметр окружности места контакта $K$ пакета пластин с профилем зуба звездочки, $d_к = \frac{d_b}{cos\theta}$ ; $d_д$ — диаметр делительной окружности звездочки, $d_д = \frac{t}{sin\frac{180}{z}}$.

Ниже перечислены силы, действующие вдоль осей координат.

| Вдоль оси $X$: | Вдоль оси $Y$: |
|---|---|
| $N_{iX} = N_i \cdot \sin\beta$, | $N_{iY} = N_i \cdot \cos\beta$, |
| $N_{iX} f = N_i f \cdot \cos\beta$, | $N_{iY} f = N_i f \cdot \sin\beta$, |
| $F_{ц\,iX} = F_{ц\,i} \cdot \sin\varphi$, | $F_{ц\,iY} = F_{ц\,i} \cdot \cos\varphi$, |
| $F_{ц\,i+1\,X} = F_{ц\,i+1} \cdot \sin\varphi$, | $F_{ц\,i+1\,X} = F_{ц\,i+1} \cdot \cos\varphi$, |
| $Q_{i+1\,X} = Q_{i+1} \cdot \cos\varphi$, | $Q_{i+1\,Y} = Q_{i+1} \cdot \sin\varphi$. |

Здесь β — угол профиля зуба эвольвентной звездочки; $\varphi = \frac{\pi}{z}$ — половина углового шага зубьев эвольвентной звездочки.

Значения угловых параметров:

$$\lambda = \varphi + \gamma , \quad (4)$$

$$\mu = \pi - \gamma - \theta_к , \quad (5)$$

$$\nu = \frac{\pi}{2} + \gamma + \theta_к , \quad (6)$$

$$\rho = \frac{\pi}{2} - \varphi + \theta_к , \quad (7)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi - \gamma . \quad (8)$$

Здесь γ — половина угла заострения зуба эвольвентной звездочки.

$$\gamma = \alpha_к - \theta_к . \quad (9)$$

$$\alpha_к = \arccos\frac{d_b}{d_к} . \quad (10)$$

$\theta_к$ — угол между осью $OO_{i+1}$ зуба и линией, соединяющей точку $K_1$ с центром $O$ звездочки (рис. 2).

[1] ГОСТ 13552–81. Государственный стандарт союза ССР. Цепи приводные зубчатые. Технические условия / Государственный комитет СССР по стандартам. — М.: Изд-во стандартов, 1987. 12 с.

$$\theta_k = \frac{S_k}{d_к}. \quad (11)$$

$S_k$ — толщина зуба эвольвентной звездочки на месте контакта $K$ с зубчатой цепью (рис. 1). $d_b = mzcos\alpha$ — диаметр основной окружности эвольвентной звездочки, где $m$ — модуль звездочки для передач с зубчатой цепью, $z$ — количество зубьев звездочки.

Подставив все значения, входящие в уравнения (2) и (3), получим:

$$2G_з - F_{ц\,i} \cdot \cos\varphi - N_i f \cdot \sin\beta - N_i \cdot \cos\beta + Q_{i+1} \cdot \sin\varphi - F_{ц\,i+1} \cdot \cos\varphi = 0, \quad (12)$$

$$Q_{i+1} = \frac{(F_{ц\,i} \cdot \cos\varphi + N_i \cdot \cos\beta + N_i f \cdot \sin\beta + F_{ц\,i+1} \cdot \cos\varphi - 2G_з)}{\sin\varphi}, \quad (13)$$

$$Q_i = N_i \cdot \cos\beta - N_i f \cdot \cos\beta - F_{ц\,i} \cdot \sin\varphi + F_{ц\,i+1} \cdot \sin\varphi + Q_{i+1} \cdot \cos\varphi = 0. \quad (14)$$

Преобразуя уравнения (13) и (14), получим коэффициент сцепления $B_i$ зубчатой цепи с заданным зубом эвольвентной звездочки:

$$B_i = \frac{Q_i}{Q_{i+1}} = \sin\varphi\left(\frac{N_i \cdot \cos\beta - N_i f \cdot \cos\beta - F_{ц\,i} \cdot \sin\varphi + F_{ц\,i+1} \cdot \sin\varphi + Q_{i+1} \cdot \cos\varphi}{F_{ц\,i} \cdot \cos\varphi + N_i \cdot \cos\beta + N_i f \cdot \sin\beta + F_{ц\,i+1} \cdot \cos\varphi - 2G_з}\right). \quad (15)$$

Если известна величина натяжения ведущей ветви цепной передачи $S_1$, то натяжение ведомой ветви $S_2$ определяется с учетом общего коэффициента сцепления цепи с зубом звездочки:

$$B_z = \frac{S_1}{S_2}, \quad (16)$$

$$S_2 = \frac{S_1}{B_z}, \quad (17)$$

$$B_z = B_0 \cdot B_1 \cdot B_2 \ldots B_n. \quad (18)$$

Здесь $B_z$ — общий коэффициент сцепления цепи со звездочкой; $n$ — количество зубьев ведущей эвольвентной звездочки.

**Результаты исследования.** Для проверки расчетов был спроектирован и изготовлен стенд[1], защищенный патентом Российской Федерации (рис. 3). Проведены стендовые испытания исследуемой цепной передачи. Параметры:

1) мощность электродвигателя $N_{эл}$ = 12 кВт,
2) шаг зубчатой цепи $t_ц$ = 19,05 мм,
3) количество зубьев ведущей и ведомой звездочки $z_1 = z_2 = 23$,
4) частота вращения ведущей и ведомой звездочки $n_1 = n_2$ = 1000 об/мин.

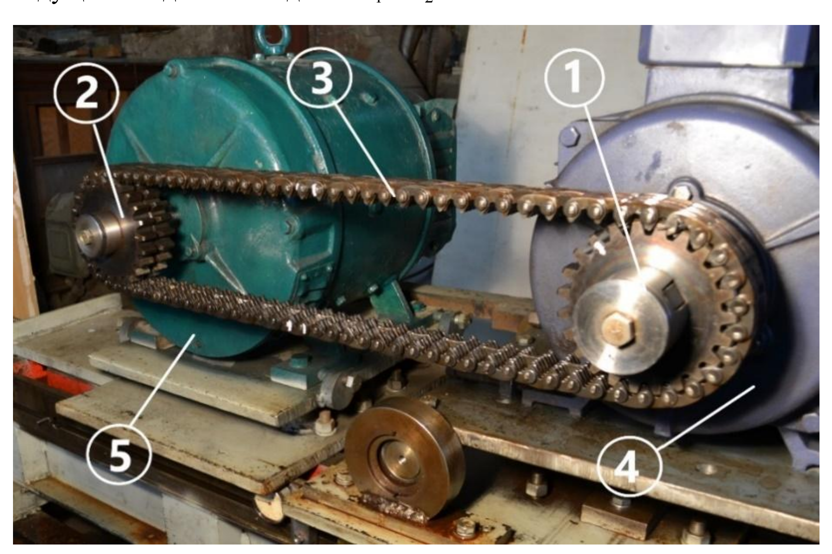



Рис. 3. Испытательный стенд передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками: 1 — ведущая звездочка, 2 — ведомая звездочка, 3 — зубчатая цепь, 4 — электродвигатель, 5 — генератор



[1] Стенд для испытания цепных передач : патент 147242 Рос. Федерация : G01M 13/02 / С. Б. Бережной [и др.]. № 2014134006/28 ; заявл. 19.08.14 ; опубл. 27.10.14, Бюл. № 30. 3 с.

Для стендовых испытаний проводились вычисления с учетом справочных данных[1, 2, 3, 4]. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Полученные данные для определения тяговой способности цепной передачи с зубчатой цепью

| Параметр | Обозначение и размерность | Численное значение |
|---|---|---|
| Натяжение рабочей ветви передачи | $S_1$, Н | 4662 |
| Натяжение холостой ветви передачи | $S_2$, Н | 270 |
| Общий коэффициент сцепления цепи с ведущей эвольвентной звездочкой | $B_1$ | 17,2 |
| Центробежная сила цепи | $F_ц$, Н | 29,82 |

Предложенный подход к определению коэффициента сцепления подтвердил верность силового расчета с учетом центробежных сил и коэффициентов трения пакета пластин и зуба звездочки.

**Обсуждение и заключения.** В данной работе определены все силы, действующие в зацеплении пакета пластин цепи и зуба звездочки. Представлен порядок силового расчета передачи с зубчатой цепью. Получены зависимости для определения влияния центробежных сил и коэффициентов трения на конечный расчет коэффициента сцепления. Для подтверждения теории цепная передача исследована на испытательном стенде.

Итак, центробежные силы и коэффициенты трения при зацеплении существенно влияют на тяговую способность передачи с зубчатой цепью и эвольвентными звездочками.

**Библиографический список**

1. Семенов, В. С. Формы расположения шарниров цепи и тяговая способность цепной передачи / В. С. Семенов, Н. Н. Саенко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион (Технические науки).— 2003. — № 5. — С. 106–108.

2. Семенов, В. С. Соотношение усилий в цепном зацеплении / В. С. Семенов, Н. Н. Саенко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион (Технические науки). — 2003. — № 5. — С. 108–111.

3. Метильков, С. А. Оценка работоспособного состояния цепных передач / С. А. Метильков, И. С. Бачалов // Новые материалы и технологии в машиностроении. — 2009. — № 10. — С. 59–62.

4. Бережной, С. Б. Определение радиусов расположения центров шарниров зубчатой цепи на дугах обхвата эвольвентных звездочек / С. Б. Бережной, А. А. Война, Г. В. Курапов // Вестник Донского государственного технического университета. — 2014. — Т. 14, № 1 (76). — С. 86–92. DOI: https://doi.org/10.12737/3507.

5. Остапенко, О. И. Кинематическая долговечность цепной передачи с зубчатой цепью и эвольвентной звездочкой / О. И. Остапенко, А. А. Война, Р. Л. Личман // Вестник Донского государственного технического университета. — 2009. — Т 9, № 4 (43). — С. 653–658.

6. Бережной, С. Б. Анализ ударной стойкости цепи в зависимости от профиля зуба звездочки / С. Б. Бережной, А. А. Война, Г. В. Курапов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета : [сайт]. — 2015. — № 03 (107). — С. 1522–1532. — URL: http://ej.kubagro.ru/2015/03/pdf/98.pdf (дата обращения : 27.01.2021)

7. Семенов, В. С. Натяжение ветвей контура цепной передачи и коэффициент сцепления звездочки / В. С. Семенов, С. А. Музалев // Новые технологии. — 2006. — № 2. — С. 79–82.

8. Метильков, С. А. Прогнозирование нагрузочной способности цепных передач при периодическом смазывании / С. А. Метильков // Вестник машиностроения. — 2002. — № 10. — С. 9–12.

9. Крывый, П. Д. Методы определения несущей способности приводных роликовых и тяговых пластинчатых цепей / П. Д. Крывый, О. Л. Ляшук // Технологічні комплекси. — 2013. — № 2 (8). — С. 39–51.

10. Рябов, Г. К. Распределение нагрузки по зубьям звездочек цепных передач / Г. К. Рябов // Известия вузов. Машиностроение. — 1983. — № 3. — С. 22–27.

11. Бережной, С. Б. Особенности расчета и проектирования зубчатых цепных передач / С. Б. Бережной, А. А. Война, Г. В. Курапов // Наука. Техника. Технологии. — 2014. — № 3. — С. 68–75.

12. Szezepinski, W. Limit analysis and plastic design of complex shape / W. Szezepinski // Progress in Aerospace Sciences. — 1972. — Vol. 12. — P. 1–47.

[1] Проектирование механических передач: учеб.-справ. пособ. для ВТУЗов / С. А. Чернавский [и др.]. М.: Альянс, 2008. 590 с.

[2] Курсовое проектирование деталей машин на базе графических систем: учеб. пособ. / П. Н. Учаев [и др.]. Краснодар : Изд-во ТНТ, 2013. 428 с.

[3] Готовцев А. А., Котенок И. П. Проектирование цепных передач. Справочник. М.: Машиностроение, 1982. 336 с.

[4] Фещенко В. Н. Справочник конструктора. Книга 1. Машины и механизмы. : Инфра-Инженерия, 2016. 400 с.

13. Rachner, H. G. Stahlgelenkketten und Kettentriebe / H. G. Rachner. — Berlin : Springer, 1962. — 220 p.
14. Kuntzmann, P. Les transmission par chaîne à rouleaux / P. Kuntzmann. — Paris : Dunod, 1961. — 220 p.

Сдана в редакцию 12.01.2021
Запланирована в номер 25.01.2021

*Об авторах:*

**Бережной Сергей Борисович,** профессор кафедры «Наземный транспорт и механика» ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (350072, РФ, г. Краснодар, ул. Московская, 2), академик инженерной академии РФ, доктор технических наук, профессор, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5013-7345, Scopus ID: 25227504200, beregnoy@kubstu.ru.

**Курапов Георгий Владимирович,** доцент кафедры «Наземный транспорт и механика» ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (350072, РФ, г. Краснодар, ул. Московская, 2), кандидат технических наук, ResearcherID: AAO-8482-2020, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8101-265X, Scopus ID: 57219551108, kurapov_georgii@mail.ru.

*Заявленный вклад соавторов:*

С. Б. Бережной — научное руководство, анализ результатов исследования силового расчета передачи с учетом новых переменных, формулирование выводов. Г. В. Курапов — выполнение расчетов по предложенной методике, проведение экспериментов на испытательном стенде, обработка результатов, создание итоговой версии текста.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи*.